

22147225

**MATEMÁTICAS  
NIVEL SUPERIOR  
PRUEBA 1**

Número de convocatoria del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Martes 13 de mayo de 2014 (tarde)

Código del examen

2 horas

2	2	1	4	-	7	2	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de fórmulas de Matemáticas NS y de Ampliación de Matemáticas NS* para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [120 puntos].



16EP01





3. [Puntuación máxima: 5]

(a) Muestre que el siguiente sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones. [2]

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= -2 \\3x - y + 14z &= 6 \\x + 2y &= -5\end{aligned}$$

El sistema de ecuaciones representa tres planos en el espacio.

(b) Halle las ecuaciones paramétricas de la recta de intersección de los tres planos. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





5. [Puntuación máxima: 5]

(a) Dibuje aproximadamente el gráfico de  $y = \left| \cos\left(\frac{x}{4}\right) \right|$  para  $0 \leq x \leq 8\pi$ . [2]

(b) Resuelva  $\left| \cos\left(\frac{x}{4}\right) \right| = \frac{1}{2}$  para  $0 \leq x \leq 8\pi$ . [3]















**NO** escriba soluciones en esta página.

**SECCIÓN B**

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

**11.** [Puntuación máxima: 12]

(a) Hay dos máquinas que fabrican baterías para teléfonos móviles. Con la máquina A se fabrica el 60% de la producción diaria, y con la máquina B se fabrica el 40%. Al analizar el proceso se observa que, en promedio, el 2% de las baterías que se fabrican con la máquina A son defectuosas, y el 1% de las baterías que se fabrican con la máquina B son defectuosas.

(i) Dibuje un diagrama de árbol que muestre claramente las probabilidades respectivas.

(ii) Se elige una batería al azar. Halle la probabilidad de que sea defectuosa.

(iii) Se elige una batería al azar y se observa que es defectuosa. Halle la probabilidad de que se haya fabricado con la máquina A. [6]

(b) En un paquete de siete transistores, hay tres que son defectuosos. Se eligen al azar tres transistores del paquete, sin reposición. La variable aleatoria discreta  $X$  representa el número de transistores defectuosos que se han elegido.

(i) Halle  $P(X = 2)$ .

(ii) **Copie** y complete la siguiente tabla.

$x$	0	1	2	3
$P(X = x)$				

(iii) Determine  $E(X)$ . [6]



**NO** escriba soluciones en esta página.

12. [Puntuación máxima: 18]

Dados los puntos  $A(1, 0, 4)$ ,  $B(2, 3, -1)$  y  $C(0, 1, -2)$ ,

(a) halle la ecuación vectorial de la recta  $L_1$  que pasa por los puntos  $A$  y  $B$ . [2]

La recta  $L_2$  tiene por ecuación cartesiana  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-2}$ .

(b) Muestre que  $L_1$  y  $L_2$  son rectas alabeadas. [5]

Considere el plano  $\Pi_1$ , paralelo a  $L_1$  y también a  $L_2$ . El punto  $C$  pertenece al plano  $\Pi_1$ .

(c) Halle la ecuación cartesiana del plano  $\Pi_1$ . [4]

La recta  $L_3$  tiene por ecuación vectorial  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} k \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

El plano  $\Pi_2$  tiene por ecuación cartesiana  $x + y = 12$ .

El ángulo entre la recta  $L_3$  y el plano  $\Pi_2$  es igual a  $60^\circ$ .

(d) (i) Halle el valor de  $k$ .

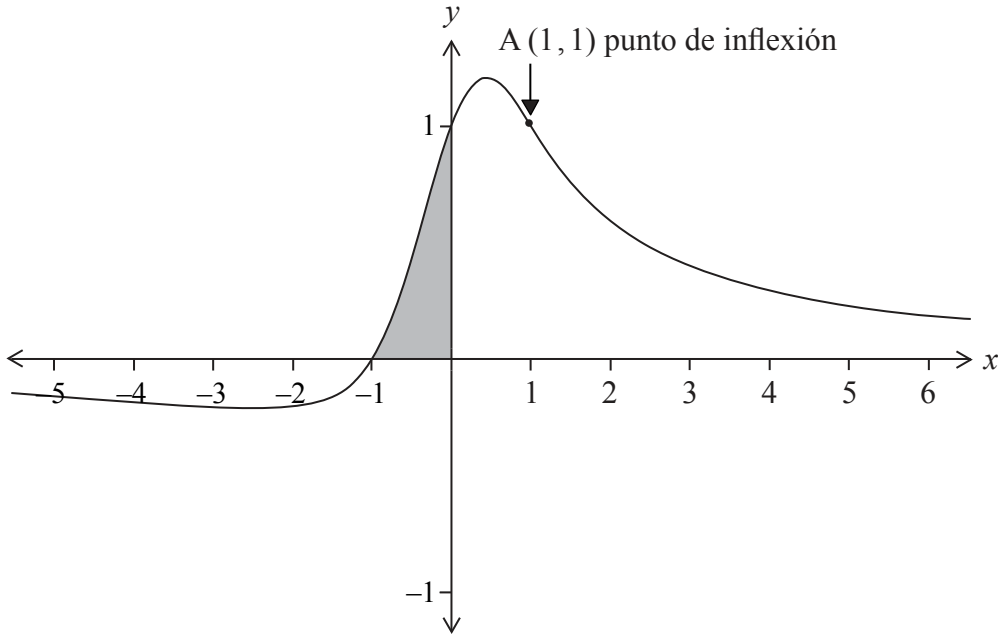
(ii) Halle el punto de intersección  $P$  de la recta  $L_3$  y el plano  $\Pi_2$ . [7]



**NO** escriba soluciones en esta página.

13. [Puntuación máxima: 16]

A continuación se muestra el gráfico de la función  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$ .



(a) Halle  $f'(x)$ . [2]

(b) A partir de lo anterior, halle las coordenadas  $x$  de los puntos en los que la pendiente del gráfico de  $f$  es igual a cero. [1]

(c) Halle  $f''(x)$ , expresando la respuesta de la forma  $\frac{p(x)}{(x^2+1)^3}$ , donde  $p(x)$  es un polinomio de grado 3. [3]

El punto  $(1, 1)$  es un punto de inflexión. Hay otros dos puntos de inflexión.

(d) Halle las coordenadas  $x$  de los otros dos puntos de inflexión. [4]

(e) Halle el área de la región sombreada. Exprese la respuesta de la forma  $\frac{\pi}{a} - \ln \sqrt{b}$ , donde  $a$  y  $b$  son enteros. [6]



**NO** escriba soluciones en esta página.

14. [Puntuación máxima: 14]

Considere las siguientes funciones:

$$h(x) = \arctan(x), \quad x \in \mathbb{R}$$

$$g(x) = \frac{1}{x}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad x \neq 0$$

(a) Dibuje aproximadamente el gráfico de  $y = h(x)$ . [2]

(b) Halle una expresión para la función compuesta  $h \circ g(x)$  e indique su dominio. [2]

Sabiendo que  $f(x) = h(x) + h \circ g(x)$ ,

(c) (i) halle  $f'(x)$ , expresando el resultado de forma simplificada;

(ii) muestre que  $f(x) = \frac{\pi}{2}$  para  $x > 0$ . [7]

Nigel indica que  $f$  es una función impar, mientras que Tom sostiene que  $f$  es una función par.

(d) (i) Indique quién tiene razón y justifique su respuesta.

(ii) A partir de lo anterior, halle el valor de  $f(x)$  para  $x < 0$ . [3]



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP16